

## BAB II

### KEMAMPUAN REPRESENTASI DAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIS SISWA DALAM MATERI BARISAN DAN DERET ARITMATIKA

#### A. Kemampuan Representasi Matematis

Terdapat beberapa definisi yang dikemukakan para ahli berkenaan tentang representasi. Jones dan Knuth (Fadillah, 2012:16) mengemukakan representasi adalah model atau bentuk pengganti dari suatu situasi masalah atau aspek dari situasi masalah yang digunakan untuk menemukan solusi. Dalam psikologi umum, representasi berarti proses membuat model konkret dalam dunia nyata ke dalam konsep abstrak atau simbol. Dalam psikologi matematika, representasi bermakna deskripsi hubungan antara objek dengan simbol (Hwang, et al) (Fadillah, 2012: 16).

Representasi matematis merupakan salah satu dari proses matematis, Menurut NCTM (Thsumantri., 2014) menyatakan bahwa representasi merupakan salah satu kunci keterampilan komunikasi matematis. Secara tidak langsung, hal ini mengindikasikan bahwa proses pembelajaran yang menekankan pada kemampuan representasi akan melatih siswa dalam komunikasi matematis.

NCTM (Thsumantri., 2014) mengungkapkan beberapa hal berikut, yaitu:

- a. Proses representasi melibatkan penerjemahan masalah atau idea kedalam bentuk baru.
- b. Proses representasi termasuk pengubahan diagram atau model fisik ke dalam simbol-simbol atau kata-kata.

- c. Proses representasi juga dapat digunakan dalam penerjemahan atau penganalisisan masalah verbal untuk membuat maknanya menjadi jelas.

Hiebert dan Chorpeneter (Thsumantri, 2014) menyatakan bahwa, “Representasi internal merupakan proses berpikir tentang idea-idea matematika yang memungkinkan pikiran seseorang bekerja atas dasar idea tersebut”. Pada intinya representasi internal sangat berkaitan dengan proses mendapatkan kembali pengetahuan yang telah diperoleh dan disimpan dalam ingatan serta relevan dengan kebutuhan untuk digunakan ketika diperlukan. Proses tersebut sangat terkait erat dengan pengkodean pengalaman masa lalu. Proses representasi internal ini tentu tidak dapat diamati secara kasat mata.

Menurut Goldin (Thsumantri, 2014), “Representasi eksternal adalah hasil perwujudan dalam menggambarkan apa-apa yang dikerjakan siswa secara internal atau representasi internal”. Hasil perwujudan ini dapat diungkapkan baik secara lisan, tulisan dalam bentuk kata-kata, simbol, ekspresi atau notasi matematis, gambar, grafik, diagram, tabel, atau objek fisik berupa alat peraga. Dengan kata lain, terjadi hubungan timbal balik antara representasi internal dan eksternal dari seseorang disaat berhadapan dengan sesuatu yang dihadapinya.

Menurut Effendi (Sadidah, 2014), kemampuan representasi matematis diperlukan siswa untuk menemukan dan membuat suatu alat atau cara berpikir dalam mengkomunikasikan gagasan matematis dari yang sifatnya abstrak menuju konkret, sehingga lebih mudah untuk dipahami. Siswa dapat menghubungkan ide-ide matematis yang mereka miliki untuk dapat membangun pengetahuannya sendiri. Untuk menghubungkan ide-ide tersebut, mereka dapat merepresentasikan

ide tersebut melalui gambar, grafik, simbol, ataupun kata-kata sehingga menjadi lebih sederhana dan mudah dipahami.

Menurut Edmy (Meliyanti, 2014) indikator kemampuan representasi matematis meliputi.

1. Kemampuan representasi visual (membuat gambar untuk memperjelas masalah dan memfasilitasi penyelesaiannya).
2. Kemampuan representasi simbol atau ekspresi (membuat persamaan atau model matematika, penyelesaian masalah yang melibatkan ekspresi matematika).
3. Kemampuan representasi verbal (menyatakan ide matematika, menulis langkah-langkah penyelesaian masalah matematika, menuliskan interpretasi dari suatu representasi).

Berdasarkan beberapa pendapat diatas dapat disimpulkan bahwa kemampuan representasi matematis merupakan kemampuan seseorang dalam menghubungkan ide-ide matematis melalui kemampuan representasi yang berbentuk verbal, simbol, atau visual.

### **B. Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis**

Menurut Dahar (Fadillah, 2010: 42), pemecahan masalah merupakan suatu kegiatan manusia yang menggabungkan konsep-konsep dan aturan yang telah diperoleh sebelumnya, dan tidak sebagai suatu keterampilan generik. Pengertian ini mengandung makna bahwa ketika seseorang telah mampu menyelesaikan suatu masalah, maka seseorang itu telah memiliki suatu kemampuan baru. Kemampuan ini dapat digunakan untuk memecahkan masalah-masalah yang

relevan. Semakin banyak masalah yang dapat dipecahkan oleh seseorang, maka ia akan semakin banyak memiliki kemampuan yang dapat membantunya untuk mengarungi hidupnya sehari-hari.

Pemecahan masalah matematis merupakan suatu aktivitas kognitif yang kompleks, sebagai proses untuk mengatasi suatu masalah yang ditemui dan untuk memecahkannya diperlukan sejumlah strategi. Melatih siswa dengan memecahkan masalah dalam pembelajaran matematika bukan hanya sekedar mengharapkan siswa dapat memecahkan soal atau masalah yang diberikan, namun diharapkan kebiasaan dalam melakukan proses pemecahan masalah membuatnya mampu menjalani hidup yang penuh kompleksitas permasalahan (Fadillah, 2010: 43).

NCTM menetapkan pemecahan masalah sebagai suatu tujuan dan pendekatan. Memecahkan masalah bermakna menjawab suatu pertanyaan, yang metode untuk mencari solusi dari pertanyaan tersebut tidak dikenal terlebih dahulu. Untuk menemukan suatu solusi, siswa harus menggunakan hal-hal yang telah dipelajari sebelumnya dan melalui proses dimana mereka akan mengembangkan pemahaman-pemahaman matematika baru. Memecahkan masalah bukanlah hanya suatu tujuan dari belajar matematika tetapi sekaligus merupakan alat utama untuk melakukan proses belajar itu (Van De Wall, 2008: 38).

Pemecahan masalah menurut Posamentier (Disnawati, 2012: 2) adalah suatu proses mengaplikasikan pengetahuan yang telah diperoleh sebelumnya ke dalam suatu situasi yang baru dan tidak dikenal. Belajar memecahkan masalah merupakan alasan utama mempelajari matematika. Memecahkan soal cerita (*word*

*problem*) adalah salah satu bentuk proses pemecahan masalah, akan tetapi siswa juga harus dihadapkan dengan masalah yang bukan berupa soal cerita (*nontext problem*).

Menurut Hudiono (Hamdi, 2012: 13) mengatakan bahwa pemecahan masalah dalam komponen proses lebih mengutamakan kemampuan siswa yang mengakumulasi kemampuan-kemampuan proses lainnya. Dalam pemecahan masalah sebagai proses, lebih diutamakan prosedur, langkah-langkah dan solusi yang ditempuh siswa dalam memecahkan masalah hingga menemukan jawaban soal. Selain komponen proses, pemecahan masalah merupakan bagian integral dari belajar matematika, dan oleh karena itu harus tidak terisolasi dari program matematika.

Polya (Fadillah, 2010: 48), menyatakan bahwa untuk memecahkan suatu masalah terdapat empat langkah yang dapat dilakukan, yakni:

1. Memahami masalah, yaitu menentukan (mengidentifikasi) apa (data) yang diketahui, apa yang ditanyakan (tidak diketahui), syarat-syarat apa yang diperlukan, apa syarat bisa dipenuhi, memeriksa apakah syarat-syarat yang diketahui mencukupi untuk mencari yang tidak diketahui, dan menyatakan kembali masalah asli dalam bentuk yang lebih operasional (dapat dipercaya).
2. Merencanakan pemecahannya, yaitu memeriksa apakah sudah pernah melihat sebelumnya atau melihat masalah yang sama dalam bentuk berbeda, memeriksa apakah sudah mengetahui soal lain yang terkait, mengaitkan dengan teorema yang mungkin berguna, memperhatikan yang tidak diketahui

dari soal dan mencoba memeriksa soal yang sudah dikenal yang mempunyai unsur yang tidak diketahui yang sama.

3. Melaksanakan rencana, yaitu melaksanakan rencana pemecahan, mengecek setiap kebenaran, setiap langkah dan membuktikan bahwa langkah-langkah benar.
4. Melihat kembali, yaitu meneliti kembali hasil yang telah dicapai, mengecek hasilnya, mengecek argumennya, mencari hasil itu dengan cara lain, dan menggunakan hasil atau metode yang ditemukan untuk memecahkan masalah lain.

Situasi pemecahan masalah membuat siswa agar dapat mengaitkan semua pengetahuan konsep, prosedur, penalaran, keterampilan mengkomunikasikan dan mempresentasikan pengetahuan yang mereka miliki untuk dihadapkan pada situasi baru. Sehubungan dengan hal ini Hudiono (Hamdi, 2012: 14) menyatakan bahwa agar siswa memiliki kemampuan memecahkan masalah, siswa perlu belajar bagaimana membentuk representasi mental dari masalah yang mendeteksi hubungan antara matematika dan metode pemecahan masalah yang dibutuhkan. Karakteristik mendasar yang diperlukan dalam proses pemecahan masalah adalah fleksibel. Pengembangan kefleksibelan melalui pengetahuan yang luas diperlukan untuk memecahkan masalah non rutin yang biasanya tidak diperlukan pada masalah rutin.

Masalah rutin adalah masalah yang siswa mengetahui bagaimana memecahkannya didasarkan pada pengalaman sebelumnya. Pada saat siswa dihadapkan dengan masalah rutin, siswa sudah dapat mengetahui metode

pemecahan masalah yang benar sehingga sudah dapat langsung diterapkan. Contoh dari masalah rutin ini adalah soal yang berkaitan atau yang sering dipelajari di sekolah. Sedangkan masalah nonrutin adalah masalah yang siswa tidak dapat dengan segera mengetahui metode pemecahan yang digunakan.

#### 1. *Problem solving* sebagai tujuan

Para pendidik, matematikawan, dan pihak yang menaruh perhatian pada pendidikan matematika seringkali menetapkan *problem solving* sebagai salah satu tujuan pembelajaran matematika. Bila *problem solving* ditetapkan atau dianggap sebagai tujuan pengajaran maka ia tidak tergantung pada soal atau masalah yang khusus, prosedur, atau metode, dan juga isi matematika. Anggapan yang penting dalam hal ini adalah bahwa pembelajaran tentang bagaimana memecahkan masalah (*solve problems*) merupakan “alasan utama” (*primary reason*) belajar matematika.

#### 2. *Problem solving* sebagai proses

Pengertian lain tentang *problem solving* adalah sebagai sebuah proses yang dinamis. Dalam aspek ini, *problem solving* dapat diartikan sebagai proses mengaplikasikan segala pengetahuan yang dimiliki pada situasi yang baru dan tidak biasa. Dalam interpretasi ini, yang perlu diperhatikan adalah metode, prosedur, strategi dan heuristik yang digunakan siswa dalam memecahkan suatu masalah. Masalah proses ini sangat penting dalam belajar matematika dan yang demikian ini sering menjadi fokus dalam kurikulum matematika.

### 3. *Problem solving* sebagai keterampilan dasar

Terakhir, *problem solving* sebagai keterampilan dasar (*basic skill*). Pengertian *problem solving* sebagai keterampilan dasar lebih dari sekedar menjawab tentang pertanyaan: apa itu *problem solving*? Ada banyak anggapan tentang apa keterampilan dasar dalam matematika. Beberapa yang dikemukakan antara lain keterampilan berhitung, keterampilan aritmetika, keterampilan logika, keterampilan “matematika”, dan lainnya. Satu lagi yang baik secara implisit maupun eksplisit sering diungkapkan adalah keterampilan *problem solving*. Tak dapat dipungkiri bahwa setiap hari kita manusia selalu berhadapan dengan masalah, disadari atau tidak. disadari atau tidak. Karena itu pembelajaran pemecahan masalah sejak dini diperlukan agar siswa dapat memecahkan problematika kehidupannya dalam arti yang luas maupun sempit.

Memperhatikan beberapa pendapat tentang pemecahan masalah matematis, maka pemecahan masalah tidak hanya berfungsi sebagai pendekatan tetapi juga tujuan. Kemampuan pemecahan masalah matematis adalah kemampuan seseorang dalam memecahkan masalah matematika yang meliputi 3 tahap: (a) memahami masalah: mengidentifikasi apa yang diketahui dan ditanyakan dari soal, (b) melaksanakan strategi dan prosedur penyelesaian masalah: merencanakan strategi, membuat hipotesis sementara, dan melakukan prosedur pemecahan masalah, (c) memeriksa kembali: memeriksa kembali langkah-langkah yang dilakukan dan hasil yang diperoleh serta menuliskan jawaban akhirnya.

## C. Materi Barisan Dan Deret Aritmatika

### 1. Barisan aritmatika

Suatu barisan bilangan  $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$  di namakan barisan aritmatika jika diantara dua suku yang berurutan mempunyai selisih yang konstan (tetap).

Rumus suku ke-n barisan aritmatika:

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Keterangan:

a : suku pertama

b : beda

Rumus beda pada barisan aritmatika:

$$b = U_n - U_{n-1}$$

Keterangan:

$U_n$  : suku ke - n

$U_{n-1}$  : suku ke - (n - 1)

Rumus suku tengah barisan aritmatika jika n ganjil:

$$U_t = \frac{1}{2}(U_1 + U_{2t-1})$$

Keterangan:

$U_{2t-1}$ : suku terakhir dari barisan aritmatika dengan n ganjil ( $U_n$ )

$U_t$ : suku tengah

Sisipan pada barisan aritmatika

apabila diantara 2 suku disisipkan k buah suku sehingga terbentuk barisan aritmatika baru, maka beda suku baru setelah sisipan adalah :  $b' = b / (k+1)$  dengan :

$b'$  = beda setelah sisipan

$b$  = beda sebelum sisipan

$k$  = banyak suku sisipan

banyaknya suku baru setelah sisipan adalah:  $n' = n + (n-1)k$   
dengan :

$n'$  = banyak suku setelah sisipan

$n$  = banyak suku sebelum sisipan

$k$  = banyaknya suku sisipan

Jumlah  $n$  suku pertama sesudah sisipan adalah :  $S_{n'} = n'/2 (2a + (n'-1)b')$

Suku ke  $n$  barisan aritmatika juga dapat dihitung dengan rumus:

$$U_n = S_n - S_{n-1}$$

## 2. Deret aritmatika

Deret aritmatika adalah penjumlahan berurutan suku-suku suatu barisan aritmatika.

Rumus jumlah  $n$  suku pertama deret aritmatik:

$$S_n = \frac{n}{2}(a + U_n) \text{ atau } S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)b)$$

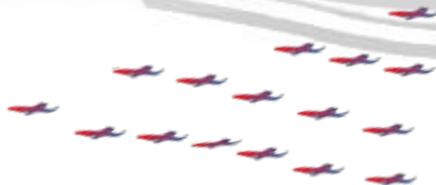
Keterangan:

$a$  : suku pertama

$n$  : banyaknya suku

Contoh soal:

1. Sekelompok burung terbang di udara dengan formasi membentuk deret aritmetika sebagai berikut.



Jika jumlah barisan dalam formasi tersebut ada 10 tentukan:

- a) Jumlah burung pada barisan terakhir
- b) Jumlah semua burung yang ada dalam kelompok tersebut

**Pembahasan:**

Diketahui:

Barisan yang terbentuk adalah: 1, 3, 5, 7, ...

Suku pertama  $a = 1$

Beda  $b = 3 - 1 = 2$

Ditanyakan:

- a) Jumlah burung pada barisan terakhir
- b) Jumlah semua burung yang ada dalam kelompok tersebut

Jawab:

- a) Jumlah burung pada barisan terakhir

Barisan terakhir berarti  $n = 10$  menentukan suku ke -10 atau  $U_{10}$ :

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_{10} = 1 + (10 - 1)2$$

$$U_{10} = 1 + 9 \times 2 = 1 + 18 = 19 \text{ burung}$$

Jadi, jumlah burung pada barisan terakhir adalah 19 burung.

- b) Jumlah semua burung yang ikut ada dalam kelompok tersebut

Jumlah 10 suku pertama,  $n = 10$ , mencari  $S_{10}$

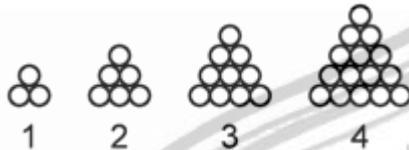
$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)b]$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2 \times 1 + (10 - 1)2]$$

$$S_{10} = 5 [2 + 18] = 5 \times 20 = 100 \text{ burung}$$

Jadi, jumlah semua burung yang ikut ada di dalam kelompok adalah 100 burung.

2. Perhatikan pola berikut:



Tentukan banyaknya lingkaran pada pola ke-50!

**Pembahasan:**

Diketahui:

$1 + 2$  (Pola 1, ada 2 suku, terakhirnya angka 2)

$1 + 2 + 3$  (Pola 2, ada 3 suku, terakhirnya angka 3)

$1 + 2 + 3 + 4$  (Pola 3, ada 4 suku, terakhirnya angka 4)

$1 + 2 + 3 + 4 + 5$  (Pola 4, ada 5 suku, terakhirnya angka 5)

dan seterusnya, sehingga untuk banyak lingkaran yang ada pada pola ke-50 dengan mengikuti pola di atas:

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + 51$  (Pola 50, ada 51 suku, terakhirnya angka 51)

Pada pola ke-50 ini terbentuk deret aritmetika, ada **51** suku:

1, 2, 3, 4, 5, 6, .....,51

Jadi datanya:

$$a = 1$$

$$b = 1$$

$$n = 51$$

Ditanyakan: Berapa banyak lingkaran pada pola ke-50 ?

Jawab:

Diperoleh rumus jumlah  $n$  suku pertama deret aritmetika diperoleh:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b)$$

$$S_{51} = \frac{51}{2}(2 \cdot 1 + (51 - 1)1)$$

$$S_{51} = \frac{51}{2}(52)$$

$$S_{51} = 51 \cdot 26 = 1326$$

Jadi, jumlah lingkaran pada pola ke 50 ada 1326 lingkaran.

