

**BAB II**  
**PENDEKATAN *OPEN-ENDED* DAN KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS**  
**SISWA PADA MATERI SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA**  
**VARIABEL**

**A. Pendekatan *Open Ended* dalam Pembelajaran Matematika**

**1. Pengertian Pendekatan *Open-Ended***

Pendekatan pembelajaran matematika merupakan suatu cara/metode yang digunakan guru dalam pelaksanaan pembelajaran agar dapat membantu guru dalam menyajikan konsep sehingga dapat dengan mudah beradaptasi dengan siswa. Suherman (2011: 75) mengatakan pendekatan pembelajaran adalah cara yang ditempuh guru dalam pelaksanaan pembelajaran agar konsep yang disajikan bisa beradaptasi dengan siswa.

Menurut Fadillah (2012: 36) pendekatan *open-ended* merupakan pendekatan pembelajaran yang menggunakan masalah terbuka yang dapat dijawab dengan banyak cara/metode penyelesaian atau jawaban benar yang beragam. Pendekatan *open-ended* dimulai dari pengenalan atau menghadapkan siswa pada masalah *open-ended*. Masalah *open-ended* adalah suatu permasalahan yang diformulasikan mempunyai banyak cara/metode penyelesaian atau jawaban yang benar yang lebih dari satu. Becker & Epstein (Aras, 2018: 58) Adapun masalah terbuka digambarkan dalam tiga aspek keterbukaan, yaitu:

1. Proses Terbuka (*open process*), yaitu ada lebih dari satu cara untuk sampai pada solusi dari masalah.
2. Masalah Open-ended (*open-ended problems*), yaitu masalah dapat memiliki beberapa banyak jawaban yang benar.
3. Dari masalah untuk masalah (*from problem to problem*) atau formulasi dari masalah (*problem formulation*) yaitu siswa menggambar dengan pemikiran mereka sendiri untuk merumuskan masalah baru

Sedangkan pembelajaran yang menyajikan suatu permasalahan yang memiliki metode atau penyelesaian lebih dari satu disebut

pembelajaran dengan pendekatan *open-ended*. Shimada (Faridah dkk, 2016) mengatakan bahwa pendekatan *open-ended* adalah pendekatan dalam pembelajaran yang dimulai dengan menyajikan suatu permasalahan kepada siswa, dimana permasalahan memiliki metode atau penyelesaian yang benar lebih dari satu. Menurut Sawada (Faridah dkk, 2016) yaitu bahwa pendekatan *open-ended* merupakan suatu pendekatan dalam pembelajaran di mana guru memberikan suatu situasi masalah pada siswa yang solusi atau jawaban masalah tersebut dapat diperoleh dengan berbagai cara.

Dalam penelitian ini masalah *open-ended* yang digunakan adalah proses terbuka (*open process*), yaitu ada lebih dari satu cara untuk sampai pada solusi. Dalam proses terbuka (*open process*) ini hanya memiliki satu jawaban benar. Dengan kegiatan ini diharapkan pula dapat membawa siswa untuk menjawab permasalahan dengan banyak cara, sehingga mengundang potensi intelektual dan pengalaman siswa dalam proses menemukan sesuatu yang baru, sehingga dengan pendekatan *open-ended* dapat meningkatkan kepercayaan diri siswa dengan demikian dapat membantu siswa dalam menjawab permasalahan dengan cara mereka sendiri.

Asriah (Lembertus dkk, 2013: 76) Tujuan pendekatan *open-ended* bukan untuk mendapatkan jawaban tetapi lebih menekankan pada cara bagaimana sampai pada suatu jawaban. Dengan demikian, bukanlah hanya satu cara dalam mendapatkan jawaban, namun beberapa atau banyak cara. Pembelajaran dengan pendekatan *open-ended* diharapkan dapat membangun kegiatan interaktif antara matematika dan siswa, sehingga mengundang mereka untuk menjawab permasalahan melalui berbagai strategi.

Dapat disimpulkan bahwa pendekatan *open-ended* merupakan pendekatan pembelajaran dengan menyajikan suatu permasalahan kepada siswa yang dapat dijawab dengan cara/metode penyelesaian lebih dari satu namun hanya memiliki satu jawaban benar sehingga siswa dapat

menjawab permasalahan dengan cara mereka sendiri dan dapat mengekspresikan pengetahuan mereka sesuai dengan kemampuannya. Siswa juga tidak hanya diharapkan dapat menemukan jawaban, tetapi diminta untuk menjelaskan bagaimana menerapkan langkah-langkah untuk mencapai jawaban.

## **2. Langkah-Langkah Pembelajaran dengan Pendekatan *Open-Ended***

Menurut Huda (2014: 280) langkah-langkah yang perlu diambil oleh guru dalam pendekatan *open-ended* adalah:

- a. Menghadapkan siswa pada problem terbuka dengan menekankan pada bagaimana siswa sampai pada sebuah solusi.
- b. Membimbing siswa untuk menemukan pola dalam mengkontruksi permasalahannya sendiri.
- c. Membiarkan siswa memecahkan masalah dengan berbagai penyelesaian dan jawaban yang beragam.
- d. Meminta siswa untuk menyajikan hasil temuannya.

Berdasarkan uraian tentang pembelajaran dengan pendekatan *open-ended*, maka langkah-langkah utama pembelajaran pendekatan sebagai berikut: 1) menyajikan masalah; 2) mendesain pembelajaran; 3) memperhatikan dan mencatat respons siswa; 4) membimbing dan mengarahkan siswa; 5) membuat kesimpulan. Adapun penjelasannya seperti pada tabel dibawah ini.

Tabel 2.1 Sintaks Pendekatan *Open-Ended*.

Tahap	Aktivitas Guru
Tahap 1 Menyajikan masalah	Guru memeriksa pengetahuan prasyarat siswa dengan mengajukan pertanyaan yang berkaitan dengan materi yang diajarkan
Tahap 2 Mendesain pembelajaran	Guru menjelaskan aktivitas pembelajaran yang akan dilakukan, yaitu menyelesaikan soal yang mempunyai lebih dari satu jawaban benar, dan meminta siswa untuk mengerjakan aktivitas yang telah ditentukan
Tahap 3 Memperhatikan dan Mencatat Respon Siswa	Guru mengamati aktivitas siswa dan membantu siswa jika ada yang belum jelas dan mencatat respon siswa dengan menanggapi setiap proses pengerjaan siswa
Tahap 4 Membimbing dan Mengarahkan Siswa	Membimbing dan mengarahkan siswa dalam mengontruksi jawabannya sendiri dan mendorong siswa dalam mengumpulkan informasi yang sesuai, untuk mengetahui pemahaman siswa pada materi tersebut dengan kemampuan siswa dalam menjawab banyak cara penyelesaian.
Tahap 5 Membuat Kesimpulan	Guru membantu siswa untuk melakukan refleksi atau evaluasi terhadap proses-proses yang mereka lakukan, dan memberikan pertanyaan untuk memperoleh poin-poin penting yang diharapkan.

Khobibah (Darvila, 2018: 15)

### 3. Mengembangkan Rencana Pembelajaran *Open-Ended*

Langkah penting lain yang harus dikembangkan guru dalam pembelajaran melalui pendekatan *open-ended* adalah menyusun rencana pembelajaran. Ada beberapa hal yang perlu diperhatikan dalam pembelajaran sebelum problem tersebut disampaikan pada siswa, yakni: Sawada (Darvila, 2018: 16) mengemukakan guru perlu mempertimbangkan tiga hal berikut, sebelum masalah itu ditampilkan dikelas sebagai awal dari pembelajaran, yaitu:

- a. Apakah masalah tersebut kaya dengan konsep-konsep matematika dan bernilai?

Masalah (problem) harus mendorong siswa untuk berpikir dari berbagai sudut pandang. Disamping itu juga harus kaya dengan konsep-konsep matematika yang sesuai untuk siswa yang berkemampuan tinggi maupun rendah dengan menggunakan berbagai strategi sesuai kemampuannya.

- b. Apakah level matematis dari masalah cocok untuk siswa?

Pada saat siswa menyelesaikan masalah *open-ended*, siswa harus menggunakan pengetahuan dan keterampilan yang mereka punya. Jika soal tersebut diprediksi diluar jangkauan siswa maka guru harus mengubahnya.

- c. Apakah masalah itu dapat mengembangkan konsep matematis lebih lanjut?

Masalah harus terkait dengan konsep-konsep matematika lebih tinggi sehingga memacu siswa berpikir tingkat tinggi.

Menurut suherman dkk (2011: 10) apabila guru telah menyusun suatu masalah *open-ended* dengan baik, langkah selanjutnya maka dapat mengembangkan rencana pembelajaran yang baik. Pada tahap ini terdapat beberapa hal yang perlu diperhatikan sebagai berikut:

- a. Tuliskan respon siswa yang diharapkan

Siswa diharapkan merespon masalah *open-ended* yang diberikan dengan berbagai cara. Oleh karena itu guru perlu menuliskan daftar antisipasi respon siswa terhadap masalah. Hal ini diperlukan mengingat kemampuan siswa dalam mengekspresikan ide masih terbatas. Mungkin mereka tidak dapat menjelaskan aktivitas belajar mereka dalam menyelesaikan masalah, mungkin pula mereka dapat menjelaskannya dengan baik. Antisipasi respon siswa yang dibuat guru merupakan suatu upaya untuk mengarahkan dan membantu siswa memecahkan masalah sesuai dengan cara dan kemampuannya

- b. Tujuan yang harus dicapai dari masalah yang diberikan harus jelas.

Guru harus benar-benar memahami peran masalah dalam keseluruhan rencana pembelajaran. Apakah masalah yang akan

diberikan kepada siswa diperlakukan sebagai pengenalan konsep baru atau sebagai rangkuman dari kegiatan belajar siswa. Berdasarkan beberapa hasil penelitian, masalah *open-ended* efektif digunakan untuk mengenal konsep baru atau merangkum kegiatan belajar.

- c. Lengkap dengan konsep *problem posing* sehingga siswa dapat memahami maksud dari masalah tersebut dengan cara mudah atau dapat memahami apa yang diharapkan dari mereka.

Masalah yang disajikan harus memuat informasi yang lengkap sehingga siswa dapat memahaminya dengan mudah dan dapat menemukan pemecahannya. Siswa dapat mengalami kesulitan memahami masalah dan memecahkannya apabila penjelasan masalah terlalu ringkas. Hal ini dapat saja terjadi karena guru bermaksud memberi kebebasan yang cukup kepada siswa untuk memilih cara dan pendekatan pemecahan masalah, atau karena siswa hanya memiliki sedikit pengalaman belajar, atau bahkan sama sekali tidak memilikinya akibat terbiasa mengikuti petunjuk pada buku teks. Untuk menghindari kesulitan yang dihadapi siswa, guru harus memberikan perhatian khusus dalam menyajikan masalah.

- d. Sajikan masalah semenarik mungkin.

Mengingat pemecahan masalah *open-ended* memerlukan waktu untuk berpikir, maka konteks permasalahan yang disampaikan harus dikenal secara baik oleh siswa dan harus ditampilkan menarik untuk membangkitkan semangat bagi siswa untuk menyelesaikannya.

- e. Berikan waktu yang cukup kepada siswa untuk mengeksplorasi masalah.

Guru harus memperhitungkan waktu yang dibutuhkan siswa untuk memahami masalah, mendiskusikan kemungkinan pemecahannya, dan merangkum apa yang telah dipelajarinya. Berdiskusi antar siswa dan siswa, serta antar siswa dan guru, merupakan interaksi yang sangat penting dalam pembelajaran dengan pendekatan *open-ended*.

Berdasarkan uraian tentang pembelajaran *open-ended*, maka garis besar langkah pembelajaran meliputi kegiatan awal, kegiatan inti, dan kegiatan akhir. Kegiatan inti mencakup memberikan masalah, merekam respon yang diharapkan dari siswa, pembahasan respon siswa, meringkas atas apa yang telah dipelajari. Adapun secara terperinci langkah pembelajarannya sebagai berikut :

### 1) Kegiatan Awal

- a) Guru melakukan tanya jawab untuk mengecek pengetahuan prasyarat dan keterampilan yang dimiliki siswa
- b) Guru menginformasikan kepada siswa materi yang akan mereka pelajari, dan kegunaan materi tersebut.

### 2) Kegiatan Inti

- a) Memberi masalah

Guru memberikan masalah *open-ended* yang berkaitan dengan materi yang akan dipelajari

- b) Mengeksplorasi masalah

Waktu mengeksplorasi masalah dibagi dua sesi. Sesi pertama digunakan untuk berkerja secara individual untuk menyelesaikan masalah. Pada sesi kedua siswa bekerja secara berkelompok untuk mendiskusikan hasil pekerjaan individunya.

- c) Merekam respon siswa

Guru meminta beberapa orang siswa sebagai wakil dari kelompok untuk mengemukakan hasil diskusinya. Siswa diharapkan merespon masalah dalam berbagai cara atau penyelesaian dan guru merekamnya.

- d) Pembahasan respon siswa (diskusi kelas)

Guru mencatat respon siswa, pendekatan atau solusi masalah mereka dan menulis sebanyak mungkin kemungkinan respon siswa dan mendaftarnya. Kemudian guru mengelompokkan respon siswa sesuai dengan sudut pandang tertentu. Dalam proses diskusi

kelas guru mendorong siswa agar dapat memberikan jawaban dan kesimpulan tentang konsep yang diajarkan.

e) Meringkas apa yang dipelajari

Hasil diskusi kelas disimpulkan, kemudian guru memberikan soal-soal lain yang berkaitan dengan materi yang sedang dipelajari dan siswa diminta mengerjakannya, baik secara individu maupun kelompok.

**3) Kegiatan akhir**

a) Guru memberikan soal-soal untuk dikerjakan di rumah

b) Guru memberikan informasi tentang materi yang akan dipelajari pada pertemuan berikutnya.

Fadillah (Maryono, 2016: 18)

**4. Kelebihan Pembelajaran *Open-Ended*.**

Dalam pembelajaran dengan pendekatan *open-ended*, guru memberikan masalah kepada siswa yang jawabannya tidak perlu ditentukan hanya satu jalan atau cara penyelesaiannya. Guru harus memanfaatkan keberagaman cara untuk menyelesaikan masalah itu dengan maksud memberikan pengalaman kepada siswa dalam menemukan sesuatu yang baru berdasarkan pengetahuan, keterampilan, dan cara berpikir matematika yang telah diperoleh sebelumnya. Menurut Suherman dkk (2011) pendekatan *open-ended* ini memiliki beberapa kelebihan antara lain:

- a. Siswa berpartisipasi lebih banyak aktif dalam pembelajaran dan sering mengekspresikan idenya.
- b. Siswa memiliki kesempatan lebih banyak dalam memanfaatkan pengetahuan dan keterampilan matematika secara komprehensif.
- c. Siswa dengan kemampuan matematika rendah dapat merespon permasalahan dengan cara mereka sendiri.
- d. Siswa secara intrinsik termotivasi untuk memberikan bukti atau penjelasan.

- e. Siswa memiliki pengalaman banyak untuk menemukan sesuai dalam menjawab permasalahan.

#### **5. Kelemahan Pembelajaran *Open-Ended*.**

Disamping kelebihan, terdapat pula kelemahan dari pendekatan *open-ended* diantaranya (Suherman dkk, 2011):

- a. Membuat dan menyajikan situasi masalah matematika yang bermakna bagi siswa bukanlah pekerjaan mudah.
- b. Dalam mengemukakan masalah yang langsung dapat dipahami siswa sangat sulit sehingga banyak siswa yang mengalami kesulitan bagaimana merespon permasalahan yang diberikan.
- c. Karena jawaban bersifat bebas, siswa dengan kemampuan tinggi bisa merasa ragu atau mencemaskan jawaban mereka.
- d. Mungkin ada sebagian siswa yang merasa bahwa kegiatan belajar mereka tidak menyenangkan karena kesulitan yang mereka hadapi.

Jadi disamping keunggulan yang menjanjikan pembelajaran lebih bermakna namun ada beberapa kelemahan harus disadari bahwa dalam proses pembelajaran selalu ada kekurangan jadi untuk mendapatkan hasil yang optimal dibutuhkan kerja yang maksimal dan guru yang inovatif serta motivatif untuk membuat siswa aktif.

### **B. Kemampuan Berpikir Kritis**

#### **1. Pengertian Kemampuan Berpikir kritis**

Berpikir kritis merupakan suatu hal yang wajib ada pada diri seorang pelajar guna mengembangkan ilmunya serta dapat menemukan keputusan yang tepat dengan pemikiran yang masuk akal karena belajar dengan menghafal tidak terlalu banyak menuntut aktivitas berpikir. Anak akan cenderung suka mencari gampangya saja dalam belajar sehingga mengakibatkan anak tidak terbiasa berpikir kritis dan mengandung akibat buruk pada perkembangan mental anak.

Secara umum, menurut Reason (Hendriana dkk, 2018: 95) mengemukakan bahwa berpikir adalah proses mental seseorang yang lebih

dari sekadar mengingat dan memahami. Mengingat pada dasarnya hanya melibatkan usaha penyimpanan sesuatu yang telah dialami yang suatu saat dikeluarkan kembali, sedangkan memahami memerlukan pemerolehan sesuatu yang didengar dan dibaca serta melihat. Berpikir kritis merupakan sebuah proses sistematis yang memungkinkan seseorang untuk merumuskan dan mengevaluasi keyakinan dan pendapatnya sendiri (Hendriana dkk, 2018: 96).

Menurut Siswono (2018: 7) Berpikir kritis adalah sebuah proses dalam menggunakan keterampilan berpikir secara efektif untuk membantu seseorang membuat sesuatu, mengevaluasi, dan mengaplikasikan keputusan sesuai dengan apa yang dipercaya atau dilakukan. Ennis (Siswono, 2018: 7) mengatakan berpikir kritis adalah suatu proses yang bertujuan membuat keputusan-keputusan yang masuk akal tentang sesuatu yang dipercayai dan dilakukan.

Berdasarkan pendapat diatas maka peneliti menyimpulkan bahwa kemampuan berpikir kritis adalah Sebuah proses sistematis yang memungkinkan siswa merumuskan dan mengevaluasi keyakinan berdasarkan pendapat sendiri.

### **C. Indikator Kemampuan berpikir Kritis**

Kemampuan berpikir kritis siswa secara umum dapat diukur dengan beberapa indikator. Secara umum indikator tersebut adalah sebagai berikut:

- a. Mengumpulkan dan menyusun informasi yang diperlukan.
- b. Menemukan cara-cara yang dapat dipakai untuk menangani masalah
- c. Menganalisis data.
- d. Menarik kesimpulan-kesimpulan dan kesamaan-kesamaan yang diperlukan.

Menurut Kurniawan dkk (2014), instrumen kemampuan berpikir kritis mengukur enam indikator, yaitu:

- a. merumuskan masalah.
- b. menganalisis argumen.
- c. membuat induksi.
- d. membuat deduksi.
- e. Mengevaluasi.
- f. memutuskan tindakan.

Menurut Glaser (Siswono, 2018: 11) menguraikan indikator-indikator berpikir kritis sebagai berikut:

- a. Mengenal masalah.
- b. Menemukan cara-cara yang dapat dipakai untuk menangani masalah-masalah itu.
- c. Mengumpulkan dan menyusun informasi yang diperlukan.
- d. Mengenal asumsi-asumsi dan nilai-nilai yang tidak dinyatakan.
- e. Memahami dan menggunakan bahasa yang tepat, jelas dan khas.
- f. Menilai fakta dan mengevaluasi pertanyaan-pertanyaan.
- g. Mengenal adanya hubungan yang logis antara masalah-masalah.
- h. Menarik kesimpulan-kesimpulan dan kesamaan-kesamaan.
- i. Menguji kesamaan-kesamaan dan kesimpulan-kesimpulan yang seseorang ambil.
- j. Menyusun kembali pola-pola keyakinan seseorang berdasarkan pengalaman yang lebih luas dan membuat penilaian.

Menurut Djoko (Hendriana dkk, 2018: 181) indikator berpikir kritis adalah sebagai berikut:

- a. Menjawab pertanyaan disertai dengan alasan yang relevan.
- b. Memeriksa kebenaran suatu pernyataan atau proses.
- c. Memeriksa kebenaran hasil (solusi) disertai dengan penjelasan.
- d. Menganalisis dan mengklarifikasi pertanyaan, jawaban, dan argumen.
- e. Mengevaluasi dan mempertimbangkan sumber terpercaya atau argumen.

Indikator yang digunakan dalam penelitian ini berdasarkan pendapat Djoko (Hendriana dkk, 2018: 107) yaitu poin (a) Menjawab

pertanyaan disertai dengan alasan yang relevan, (b) Memeriksa kebenaran suatu pernyataan atau proses dan (d) Menganalisis dan mengklarifikasi pertanyaan, jawaban, dan argumen. Digunakannya tiga indikator ini dirasa cukup untuk membantu dalam mengukur kemampuan berpikir kritis siswa.

#### D. Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

##### 1. Menyusun dan Menemukan Konsep Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Seorang penjuang pupuk, mencampur tiga jenis pupuk. Campuran pupuk pertama terdiri atas 1 kg jenis A, 2 kg jenis B, dan 3 kg jenis C dijual dengan harga Rp19.500,00. Campuran pupuk kedua terdiri atas 2 kg jenis A dan 3 kg jenis B dijual dengan harga Rp19.000,00. Campuran pupuk ketiga terdiri atas 1 kg jenis B dan 1 kg jenis C dijual dengan harga Rp6.250,00. Tentukan sistem persamaan linearnya

##### Penyelesaian :

Dimisalkan : x adalah pupuk jenis A

y adalah pupuk jenis B

z adalah pupuk jenis C

Sehingga diperoleh sistem persamaan linear

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 19.500 \\ 2x + 3y = 19.000 \\ y + z = 6.250 \end{cases}$$

Dengan demikian dapat didefinisikan sebagai berikut.

##### Definisi

Sistem persamaan linear tiga variabel adalah sistem persamaan yang terdiri atas tiga variabel/peubah. Bentuk umum sistem persamaan linear tiga variabel x, y, dan z dapat ditulis  $ax + by + cz = d$  dengan a, b, c dan d sebagai konstanta, sedangkan x, y dan z sebagai variabel/peubah pada himpunan bilangan real.

Perhatikan persamaan linear

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \quad (2.1)$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \quad (2.2)$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \quad (2.3)$$

Bentuk umum sistem persamaan linear tiga variabel  $x$ ,  $y$ , dan  $z$  adalah

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

Dengan  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2, d_3, x, y$ , dan  $z \in R$  dan  $a_1, b_1$ , dan  $c_1$  tidak sekaligus ketiganya 0 dan  $a_2, b_2$ , dan  $c_2$  tidak sekaligus ketiganya 0 dan  $a_3, b_3$ , dan  $c_3$  tidak sekaligus ketiganya 0.

$x, y$  dan  $z$  adalah variabel

$a_1, b_1, c_1$  adalah koefisien variabel  $x$

$a_2, b_2, c_2$  adalah koefisien variabel  $y$

$a_3, b_3, c_3$  adalah koefisien variabel  $z$

$d_1, d_2, d_3$  adalah konstanta persamaan

### Contoh

Tentukan himpunan penyelesaian dari sistem persamaan berikut:

$$\begin{cases} x - 2y + z = 6 & \dots (1) \\ 3x + y - 2z = 4 & \dots (2) \\ 7x - 6y - z = 10 & \dots (3) \end{cases}$$

Penyelesaian:

#### Cara 1

Dengan menggunakan metode Gabungan

Eliminasi  $x$  dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r|l} x - 2y + z = 6 & \left| \begin{array}{l} 3 \\ 1 \end{array} \right| \begin{array}{l} 3x - 6y + 3z = 18 \\ 3x + y - 2z = 4 \end{array} \\ \hline & \begin{array}{l} -7y + 5z = -5 \end{array} \end{array} \quad \dots (4)$$

Eliminasi x dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r|l} x - 2y + z = 6 & 7 \\ 7x - 6y - z = 10 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 7x - 14y + 7z = 42 \\ 7x - 6y - z = 10 \end{array} +$$


---


$$-8y + 8z = 32 \quad \dots (5)$$

Eliminasi persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{r|l} -7y + 5z = 14 & 8 \\ -8y + 8z = 32 & 7 \end{array} \quad \begin{array}{l} -56y + 40z = 112 \\ -56y + 56z = 224 \end{array} +$$


---


$$-16z = -112$$

$$z = 7$$

$z = 7$  disubstitusikan ke persamaan (4)

$$\begin{aligned} -7y + 5z &= 14 \\ -7y + 5(7) &= 14 \\ -7y &= 14 - 35 \\ -7y &= -21 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

untuk  $y = 3$  dan  $z = 7$  substitusikan ke persamaan (1)

$$\begin{aligned} x - 2y + z &= 6 \\ x - 2(3) + (7) &= 6 \\ x - 6 + 7 &= 6 \\ x + 1 &= 6 \\ x &= 6 - 1 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

jadi himpunan penyelesaiannya  $\{(5,3,7)\}$

pembuktian :

pers (1)  $x - 2y + z = 6$

$$\begin{aligned} 5 - 2(3) + 7 &= 6 \\ 5 - 6 + 7 &= 6 \\ 5 + 1 &= 6 \\ 6 &= 6 \end{aligned} \quad \dots \text{ terbukti}$$

Pers (2)  $3x + y - 2z = 4$

$$3(5) + 3 - 2(7) = 4$$

$$15 + 3 - 14 = 4$$

$$18 - 14 = 4$$

$$4 = 4 \quad \dots \text{ terbukti}$$

### Cara 2

Dengan Menggunakan Metode Substitusi:

Misalkan  $x - 2y + z = 6$

$$x = 6 + 2y - z$$

$$x = -z + 2y + 6$$

Substitusikan  $x = -z + 2y + 6$  ke pers (2)

$$3x + y - 2z = 4$$

$$3(-z + 2y + 6) + y - 2z = 4$$

$$-3z + 6y + 18 + y - 2z = 4$$

$$-5z + 7y + 18 = 4$$

$$-5z + 7y = 4 - 18$$

$$-5z + 7y = -14 \quad \dots (4)$$

Substitusikan  $x = -z + 2y + 6$  ke pers (3)

$$7x - 6y - z = 10$$

$$7(-z + 2y + 6) - 6y - z = 10$$

$$-7z + 14y + 42 - 6y - z = 10$$

$$-8z + 8y + 42 = 10$$

$$-8z + 8y = 10 - 42$$

$$-8z + 8y = -32$$

... dibagi 8

$$-z + y = -4 \quad \dots (5)$$

Dari persamaan (5)

$$-z + y = -4$$

$$y = -4 + z$$

kemudian substitusikan ke pers (4)

$$7(-4+z) - 5z = -14$$

$$-28 + 7z - 5z = -14$$

$$2z = -14 + 28$$

$$2z = 14$$

$$z = 7$$

Substitusi  $z = 7$  ke pers  $y = -4 + z$

$$y = -4 + z$$

$$y = -4 + 7$$

$$y = 3$$

Substitusikan  $y = 3$  dan  $z = 7$  ke pers (1)

$$x - 2y + z = 6$$

$$x - 2(3) + 7 = 6$$

$$x - 1 = 6$$

$$x = 6 - 1$$

$$x = 5$$

Berdasarkan hasil perhitungan diatas diperoleh himpunan penyelesaian SPLTV tersebut adalah  $(5, 3, 7)$ . Ternyata, hasilnya sama dengan himpunan penyelesaian yang diperoleh dengan metode campuran eliminasi dan substitusi sebelumnya

## 2. Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel

Umumnya penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel diselesaikan dengan metode eliminasi dan substitusi.

Jumlah tiga bilangan pertama ditambah 4 sama dengan bilangan kedua, dan bilangan ketiga dikurangkan 17 sama dengan bilangan pertama. Tentukan masing-masing bilangan tersebut.

### Penyelesaian:

Misalkan:

$x$  = bilangan pertama

$y$  = bilangan kedua

$z$  = bilangan ketiga

berdasarkan informasi pada soal diperoleh model matematika sebagai berikut.

$$\begin{cases} x + y + z = 45 & (1) \\ x + 4 = y & (2) \\ z - 17 = x & (3) \end{cases}$$

Ditanyakan:

bilangan  $x$ ,  $y$ , dan  $z$

kamu dapat melakukan proses eliminasi pada persamaan (1) dan (2)

sehingga diperoleh:

$$x + y + z = 45$$

$$\underline{x - y = -4 \quad -}$$

$$2x + z = 41 \quad \dots (4)$$

Diperoleh persamaan baru  $2x + z = 41$

Lakukan proses eliminasi pada persamaan (3) dan (4) sehingga diperoleh

$$x - z = -17$$

$$\underline{2x + z = 41 \quad +}$$

$$3x = 24$$

Diperoleh  $3x = 24$  atau  $x = \frac{24}{3}$  atau  $x = 8$

Lakukan proses substitusi nilai  $x = 8$  ke persamaan (2) diperoleh

$$(8) + 4 = y$$

$$12 = y$$

Substitusi  $x = 8$  ke persamaan (3) diperoleh

$$z - 17 = (8)$$

$$z = 8 + 17$$

$$z = 25$$

Dengan demikian, bilangan  $x = 8$ , bilangan  $y = 12$ , dan bilangan  $z = 25$ .

Selain metode eliminasi, substitusi dan campuran antara eliminasi dan substitusi terdapat cara lain untuk menyelesaikan SPLTV, yaitu dengan cara determinan dan menggunakan invers matriks. Namun pada bab ini metode ini tidak dikaji.

Kita akan menentukan penyelesaian SPLTV dengan metode lain. Kita menentukan himpunan penyelesaian SPLTV secara umum berdasarkan konsep dan bentuk umum SPLTV yang telah ditemukan dengan mengikuti langkah penyelesaian metode eliminasi diatas untuk menemukan cara baru.

Perhatikan bentuk umum sistem persamaan linear dengan tiga variabel  $x$ ,  $y$ , dan  $z$  adalah sebagai berikut.

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \quad (1)$$

$$a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \quad (2)$$

$$a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \quad (3)$$

Dengan  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2, d_3, x, y$ , dan  $z \in R$  dan  $a_1, b_1$ , dan  $c_1$  tidak sekaligus ketiganya 0 dan  $a_2, b_2$ , dan  $c_2$  tidak sekaligus ketiganya 0 dan  $a_3, b_3$ , dan  $c_3$  tidak sekaligus ketiganya 0.

Langkah 1

Eliminasi variabel  $x$  dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{r|l} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 & a_2 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 & a_1 \end{array} \quad \begin{array}{l} a_1a_2x + a_2b_1y + a_2c_1z = a_2d_1 \\ a_1a_2x + a_1b_2y + a_1c_2z = a_1d_2 \quad - \\ \hline (a_2b_1 - a_1b_2)y + (a_2c_1 - a_1c_2)z = a_2d_1 - a_1d_2 \quad ..(4) \end{array}$$

Langkah 2

Eliminasi variabel  $x$  dari persamaan (1) dan (3)

$$\begin{array}{r|l} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 & a_3 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 & a_1 \end{array} \quad \begin{array}{l} a_1a_3x + a_3b_1y + a_3c_1z = a_3d_1 \\ a_1a_3x + a_1b_3y + a_1c_3z = a_1d_3 \quad - \\ \hline (a_3b_1 - a_1b_3)y + (a_3c_1 - a_1c_3)z = a_3d_1 - a_1d_3 \quad ..(5) \end{array}$$

Langkah 3

Eliminasi variabel  $y$  dari persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{l} (a_2b_1 - a_1b_2)y + (a_2c_1 - a_1c_2)z = a_2d_1 - a_1d_2 \\ (a_3b_1 - a_1b_3)y + (a_3c_1 - a_1c_3)z = a_3d_1 - a_1d_3 \end{array} \quad \begin{array}{l} (a_3b_1 - a_1b_3) \\ (a_2b_1 - a_1b_2) \end{array}$$

Dari hasil perkalian koefisien variabel  $y$  pada (4) terhadap (5) dan koefisien  $z$  pada (4) terhadap (5) maka diperoleh

$$\begin{aligned} z &= \frac{((a_2d_1 - a_1d_2)(a_3b_1 - a_1b_3) - (a_3d_1 - a_1d_3)(a_2b_1 - a_1b_2))}{((a_2c_1 - a_1c_2)(a_3b_1 - a_1b_3) - (a_3c_1 - a_1c_3)(a_2b_1 - a_1b_2))} \\ z &= \frac{((a_1a_1b_3d_2 - a_2a_2b_3d_1 - a_1a_3b_1d_2) - (a_1a_1b_2d_3 - a_1a_3b_2d_1 - a_1a_2b_1d_3))}{((a_1a_1b_3c_1 - a_1a_2b_2c_1 - a_1a_1b_1c_2) - (a_1a_1b_2c_3 - a_1a_3b_2c_1 - a_1a_2b_1c_3))} \\ z &= \frac{((a_1b_3d_2 - a_2b_3d_1 - a_3b_1d_2) - (a_1b_2d_1 - a_2b_1d_3))}{((a_1b_3c_1 - a_2b_3c_1 - a_2b_1c_2) - (a_1b_2c_3 - a_3b_2c_1 - a_2b_1c_3))} \end{aligned}$$

$$z = \frac{((a_1 b_2 d_1 + a_1 b_3 d_2 + a_2 b_1 d_3) - (a_1 b_2 d_3 + a_3 b_1 d_2 + a_2 b_3 d_1))}{((a_3 b_2 c_1 + a_1 b_3 c_2 + a_2 b_1 c_3) - (a_1 b_2 c_3 + a_3 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1))}$$

Lakukan kegiatan metamatisasi ( mengkoordinasi pengetahuan dan keterampilan yang telah dimiliki siswa sebelumnya untuk menemukan aturan-aturan, hubungan-hubungan dan struktur-struktur yang belum diketahui.

Nilai variabel z di atas dapat dinyatakan sebagai hasil perkalian koefisien-koefisien variabel x, y, dan konstanta pada sistem persamaan linear yang diketahui.

$$x = \frac{\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 & d_1 & b_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 & d_2 & b_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 & d_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 & c_1 & a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & a_3 & b_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & a_3 & b_3 \end{vmatrix}}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 & a_1 & d_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 & a_2 & d_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 & a_3 & d_3 \\ a_1 & b_1 & c_1 & a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & a_3 & b_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & a_3 & b_3 \end{vmatrix}}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 & a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 & a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 & a_3 & b_3 \\ a_1 & b_1 & c_1 & a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & a_3 & b_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & a_3 & b_3 \end{vmatrix}}$$

- Jumlah hasil perkalian bilangan-bilangan pada garis penuh dan hasilny dikurangi dengan jumlahkan hasil perkalian bilangan-bilangan pada garis putus-putus
- Lakukan pada pembilang dan penyebut.
- Dengan menggunakan cara menemukan nilai z ditentukan nilai x dan y dengan cara berikr:

Perhatikan ciri penyelesaian untuk x, y dan z diatas. Coba tentukan pola penentuan nilai x, y dan z, sehingga akan memudahkan menentukan penyelsaian SPTV

Pada langkah penyelesaian Contoh 2.2 diperoleh sebuah sistem persamaan linea rtiga variabel sebagai berikut:

$$x + y + z = 40$$

$$x = 2y$$

$$75x + 120y + 150z = 4.020$$

*Lengkapi Titik-titik berikut ini!*

**Penyelesaian:**

Dengan menerapkan cara yang ditemukan pada SPLTV diatas, tentunya kamu dengan mudah memahami bahwa

$$a_1 = 1 \quad a_2 = 1 \quad a_3 = 75$$

$$b_1 = 1 \quad b_2 = -2 \quad b_3 = 120$$

$$c_1 = 1 \quad c_2 = 0 \quad c_3 = 150$$

$$d_1 = 40 \quad d_2 = 0 \quad d_3 = 4.020$$

Oleh karena itu, nilsai x, y dan z ditentukan sebagai berikut:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} \dots & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & -2 & \dots & 0 & -2 \\ 4.020 & \dots & 150 & 4.020 & \dots \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 1 & \dots & 0 & 1 & \dots \\ \dots & 120 & 150 & \dots & 120 \end{vmatrix}} = \frac{(-8.040 + \dots + \dots) - (-12.000 + \dots + 0)}{(-150 + 0 + \dots) - (\dots + 0 + 120)}$$

$$= \frac{-8.040 + 12.000}{300 - \dots} = \frac{\dots}{180} = 22$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} \dots & 40 & \dots & \dots & 40 \\ 1 & \dots & 0 & 1 & \dots \\ 75 & 4.020 & 150 & 75 & 4.020 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \dots & 1 & 1 & \dots \\ \dots & -2 & \dots & \dots & -2 \\ 75 & 120 & 150 & 75 & 120 \end{vmatrix}} = \frac{(0 + \dots + 6.000) - (\dots + 0 + 4.020)}{\dots}$$

$$= \frac{6.000 - 4.020}{\dots} = \frac{1.980}{\dots} = 11$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \dots & 40 & 1 & \dots \\ \dots & -2 & \dots & \dots & -2 \\ 75 & 120 & 4.020 & 75 & 120 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ \dots & \dots & 0 & \dots & \dots \\ 75 & 120 & 150 & 75 & 120 \end{vmatrix}} = \frac{(6.000 + \dots + 4.020) - (-8.040 + \dots + 4.800)}{\dots}$$

$$= \frac{\dots + 3.240}{\dots} = \frac{1.260}{\dots} = 7$$

Berdasarkan hasil perhitungan diatas diperoleh himpunan penyelesaian SPLTV tersebut adalah (22, 11, 7). Ternyata, hasilnya sama dengan

himpunan penyelesaian yang diperoleh dengan metode campuran eliminasi dan substitusi sebelumnya pada contoh 2.2.

Selanjutnya dari semua penjelasan diatas dapat dituliskan definisi himpunan penyelesaian sistem persamaan linear sebagai berikut:

#### **Definisi**

Himpunan penyelesaian dengan sistem persamaan linear dengan tiga variabel adalah suatu himpunan semua triple terurut  $(x,y,z)$  yang memenuhi setiap persamaan linear pada sistem persamaan tersebut.

#### **E. Penelitian Relevan**

Beberapa penelitian yang sudah menerapkan Pendekatan *Open-Ended* dan memberikan hasil positif adalah sebagai berikut:

- a. Penelitian yang dilakukan oleh Sari dkk, yang berjudul “Penerapan Pendekatan *Open-Ended* untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa Pada Materi Aljabar Kelas VIII SMP Negeri 01 Pemangkat” Penelitian menyimpulkan bahwa keterlaksanaan pembelajaran matematika dengan menggunakan pendekatan pembelajaran *Open-Ended* memenuhi kriteria baik pada materi aljabar dan Aktivitas belajar siswa setelah diberikan penerapan pembelajaran *Open-Ended* memenuhi kriteria sangat aktif pada materi aljabar.
- b. Penelitian yang dilakukan oleh Risna kurniati dkk, yang berjudul “Penerapan Strategi Pembelajaran *Open-Ended* Terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Siswa pada Mata Pelajaran Matematika Kelas V di Madrasah Ibtidaiyah Negeri 01 Palembang” Penelitian menyimpulkan hasil kemampuan berpikir kritis setelah diterapkan strategi pembelajaran *Open-Ended* secara signifikan terlihat lebih baik terbukti dengan skor siswa setelah diterapkan strategi pembelajaran *Open-Ended* memiliki rata-rata 91,18.

## **F. Hipotesis Penelitian**

Menurut Sugiyono (2011 :69) Hipotesis merupakan jawaban sementara terhadap rumusan masalah penelitian, dimana rumusan masalah penelitian telah dinyatakan dalam bentuk kalimat pernyataan. Berdasarkan pendapat tersebut, dapat disimpulkan bahwa hipotesis adalah dugaan sementara terhadap masalah penelitian yang perlu diuji kebenarannya dengan mengumpulkan data-data secara objektif dan empiris. Adapun hipotesis dalam penelitian ini adalah terdapat peningkatan kemampuan berpikir kritis siswa pada materi Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel setelah diterapkan pendekatan *Open-Ended* pada siswa kelas X SMA Negeri 1 Nanga Taman.