

**BAB II**

**PENDEKATAN *REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION* DALAM**

**MATERI GARIS SINGGUNG LINGKARAN**

**A. HAKIKAT MATEMATIKA**

**1. Pengertian Matematika**

Andi Hakim Nasution (dalam Karso, 2007: 139) menyatakan, “Istilah matematika berasal dari bahasa Yunani *mathein* dan *manthenein* artinya mempelajari, namun diduga ada hubungannya dengan kata sansekerta *metha* dan *widya* yang artinya kepandaian, ketahuan, atau intelegensi”. Menurut Johnson dan Rising (dalam Karso, 2007: 139) menyatakan bahwa, “matematika adalah polaberpikir, pola mengorganisasikan pembuktian yang logic”. Reys (dalam Karso, 2007: 140) mengungkapkan bahwa, “matematika dalah telaahan tentang pola dan hubungan, suatu jalan atau pola pikir, suatu seni, suatu bahasa dan suatu alat”.

R. Soedjadi (2000: 45) dalam bukunya mengemukakan pengertian belajar, yaitu:

Belajar matematika pada hakikatnya adalah suatu aktivitas mental untuk memahami arti dari struktur-struktur, hubungan-hubungan, simbol-simbol, dan memanipulasikan konsep-konsep yang dihasilkan kesituasi yang nyata, sehingga menyebabkan perubahan. Melalui pembelajaran matematika siswa diharapkan dapat menata nalarnya, membentuk kepribadiannya serta dapat menerapkan matematika dalam kehidupannya sehari-hari atau dapat digunakan sesuai dengan jenjang pendidikannya masing-masing.

Dari pendapat para ahli diatas, dapat disimpulkan bahwa matematika merupakan suatu ilmu pengetahuan yang berhubungan dengan penalaran konsep-konsep abstrak dari pola hubungan antar bilangan.

## 2. Fungsi Matematika

Adapun fungsi matematika menurut Karso (2007: 26) adalah sebagai berikut:

- a. Alat  
Matematika sebagai alat untuk memecahkan masalah dalam mata pelajaran lain, dalam kehidupan kerja atau dalam kehidupan sehari-hari. Siswa diberi pengalaman tentang matematika sebagai alat yaitu untuk memahami atau menyampaikan suatu informasi misalnya melalui persamaan-persamaan, atau tabel-tabel dalam model-model matematika yang merupakan penyederhanaan dari soal-soal cerita atau soal-soal uraian matematika lainnya.
- b. Pola pikir  
Matematika berfungsi sebagai pembentukan pola pikir dalam pemahaman suatu pengertian maupun dalam penalaran suatu hubungan diantara pengertian-pengertian itu. Dalam pembelajaran matematika, siswa dibiasakan untuk memperoleh pemahaman melalui pengalaman tentang sifat-sifat yang dimiliki dan tidak dimiliki sekumpulan objek (abstraksi).
- c. Ilmu atau pengetahuan  
Matematika sebagai ilmu pengetahuan dipandang dari betapa matematika selalu mencari kebenaran, dan bersedia meralat kebenaran yang telah diterima, bila diketemukan kesempatan untuk mencoba mengembangkan penemuan-penemuan sepanjang mengikuti pola pikir yang sah.

Dalam Kurikulum Standar Kompetensi 2006 Depdiknas (2006: 1) dijelaskan tentang fungsi belajar matematika yaitu: “Sebagai alat pemecahan masalah melalui pola pikir dan model matematika, serta merupakan alat komunikasi melalui symbol, grafik atau diagram, dan model matematika”.

Berdasarkan pendapat yang telah dikemukakan diatas, dapat disimpulkan bahwa fungsi matematika sebagai alat untuk memecahkan masalah yang berkenaan dengan kehidupan sehari-hari melalui penalaran.

### 3. Pembelajaran Matematika

Matematika membuat suatu kumpulan konsep dan operasi-operasi, tetapi di dalam pengajaran matematika pemahaman siswa mengenai hal-hal tersebut lebih objektif dibanding mengembangkan kekuatannya dalam perhitungan-perhitungannya. Guru yang baik akan menjelajahi daerah isi, mengeluarkan dan memperluas hubungan bidang studi, serta memperkenalkan kepada siswanya berhubungan dengan situasi konkret. Mereka mengajarkan pengetahuan dan keterampilan matematika tanpa mengumpulkannya dalam suatu kumpulan komponen yang tersendiri. Dalam penerapannya guru hanya mengajarkan konsep dan operasi matematika tanpa melakukan hal-hal diatas. Hal ini menyebabkan begitu luasnya konsep-konsep yang mesti dipelajari oleh siswa.

Guru seharusnya tidak hanya mengurus dan memberi tugas-tugas saja kepada siswa, tetapi harus menginternalisasikan tugas-tugas tersebut pada kebiasaan siswa dalam belajar dan keterbukaan dalam proses pembelajaran. Siswa mempunyai ketetapan kapasitas untuk mengikat tipe-tipe item dan transformasi. Pendidikan matematika dalam tujuan pembelajarannya harus praktis dengan tidak mengabaikan keharusan pemahaman konsep yang merupakan pola stuktur matematika. Proses

pembelajaran matematika tampak masuk akal dengan struktur yang sederhana.

## **B. PENERAPAN**

Penerapan berarti pemasangan, pengenalan, perihal mempraktikkan (KBBI, 1991). Dari pendapat tersebut penerapan diartikan sebagai “perihal mempraktekan”. Penerapan dalam penelitian ini adalah mempraktekkan pendekatan *Realistic Mathematics Education* dalam proses pembelajaran.

## **C. PENDEKATAN *REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION***

### **1. Pengertian**

Sejak tahun 1971, Institut Freudenthal mengembangkan suatu pendekatan teoritis terhadap pembelajaran matematika yang dikenal dengan *Realistic Mathematic Education*. *Realistic Mathematic Education* menggabungkan pandangan tentang apa itu matematika, bagaimana siswa belajar matematika, dan bagaimana matematika harus diajarkan. Freudenthal berkeyakinan bahwa siswa tidak boleh dipandang sebagai *passive receivers of ready-made mathematics* (penerima pasif matematika yang sudah jadi). Selain itu, Institut Freudenthal juga menyatakan bahwa matematika harus dikaitkan dengan realita.

Pendekatan *Realistic Mathematic Education* tidak hanya mengacu pada realistik tetapi juga pada sesuatu yang dapat dibayangkan oleh siswa. Sesuatu yang dapat dibayangkan tersebut digunakan sebagai *starting point* (titik tolak atau titik awal) dalam pengembangan konsep-konsep atau



gagasan-gagasan matematis, bukan sebagai alat untuk memeriksa kemampuan siswa menerapkan matematikanya.

Pendekatan *Realistic Mathematic Education* yang dimaksudkan dalam hal ini adalah matematika sekolah yang dilaksanakan dengan menempatkan realitas dan pengalaman siswa sebagai titik awal pembelajaran. Masalah-masalah realistik digunakan sebagai sumber munculnya konsep-konsep matematika atau pengetahuan matematika formal. Pendekatan *Realistic Mathematic Education* di kelas berorientasi pada karakteristik-karakteristik pendekatan *Realistic Mathematic Education*, sehingga siswa mempunyai kesempatan untuk menemukan kembali konsep-konsep matematika atau pengetahuan matematika formal. Selanjutnya, siswa diberi kesempatan mengaplikasikan konsep-konsep matematika untuk memecahkan masalah sehari-hari atau masalah dalam bidang lain. Pembelajaran ini sangat berbeda dengan pembelajaran matematika selama ini yang cenderung berorientasi kepada memberi informasi dan memakai matematika yang siap pakai untuk memecahkan masalah-masalah.

Treffers (dalam Sutarto Hadi, 2005: 21), membedakan dua macam matematisasi yaitu matematisasi vertikal dan horizontal.

Dalam matematisasi horizontal siswa mulai dari soal-soal kontekstual, mencoba menguraikan dengan bahasa dan simbol yang dibuat sendiri, kemudian menyelesaikan soal tersebut. Dalam proses ini, setiap orang dapat menggunakan cara mereka sendiri yang mungkin berbeda dengan orang lain. Dalam matematisasi vertikal, kita juga mulai dari soal-soal kontekstual, tetapi dalam jangka panjang kita dapat menyusun prosedur tertentu yang dapat digunakan untuk

menyelesaikan soal-soal sejenis secara langsung, tanpa menggunakan bantuan konteks.

Karena matematika realistik menggunakan masalah realistik sebagai pangkal tolak pembelajaran maka situasi masalah perlu diusahakan benar-benar kontekstual atau sesuai dengan pengalaman siswa, sehingga siswa dapat memecahkan masalah dengan cara-cara informal melalui matematisasi horisontal. Cara-cara informal yang ditunjukkan oleh siswa digunakan sebagai inspirasi pembentukan konsep atau aspek matematikanya ditingkatkan melalui matematisasi vertikal. Melalui proses matematisasi horisontal-vertikal diharapkan siswa dapat memahami atau menemukan konsep-konsep matematika (pengetahuan matematika formal).

Pendekatan *Realistic Mathematic Education* menekankan keterampilan proses, berdiskusi dan berkolaborasi, berargumentasi dengan teman sekelas sehingga mereka dapat menemukan sendiri (*Student Invonting*), sebagai kebalikan dari guru memberi (*Teaching Telling*) dan pada akhirnya siswa menggunakan matematika itu untuk menyelesaikan masalah baik secara individual ataupun kelompok. *Realistic Mathematic Education* adalah pendekatan pengajaran yang bertitik tolak pada hal-hal yang real bagi siswa. Penerapan pendekatan *Realistic Mathematic Education*, peran guru tidak lebih dari seorang fasilitator, moderator atau evaluator. Sementara siswa berfikir, tugas seorang guru mengkomunikasikan argumennya, mengklasifikasikan jawaban siswa, serta melatih saling menghargai strategi atau pendapat antar siswa.

Selanjutnya Blum & Niss (dalam Sutarto Hadi, 2005: 19) menyebutkan,

Dalam *Realistic Mathematic Education* dunia nyata (*real world*) digunakan sebagai titik awal untuk pengembangan ide dan konsep matematika. Dunia nyata adalah segala sesuatu di luar matematika, seperti mata pelajaran lain selain matematika, atau kehidupan sehari-hari dan lingkungan sekitar kita.

Sedangkan De Lange (dalam Sutarto Hadi, 2005: 19) mendefinisikan dunia nyata sebagai “suatu dunia nyata yang konkrit, yang disampaikan kepada siswa melalui aplikasi matematika.” De Lange dalam Sutarto Hadi (2005: 25) juga menyatakan:

- a. Titik berangkat urutan pembelajaran harus memberi pengalaman nyata bagi para siswa sehingga mereka dapat terlibat secara langsung secara personal dalam aktivitas matematika.
- b. Untuk menampung pengetahuan matematika yang dimiliki siswa, titik berangkat tersebut juga harus dapat dijelaskan berdasarkan tujuan potensial urutan belajar (*learning sequence*).
- c. Urutan pembelajaran harus melibatkan kegiatan dimana para siswa membuat dan menguraikan model-model simbolik dari aktivitas matematika informal mereka.
- d. Ketiga ajaran di atas efektif apabila direalisasikan dalam pembelajaran interaktif: siswa-siswa menjelaskan penyelesaian yang mereka buat, memahami penyelesaian yang dibuat siswa lain, menyatakan persetujuan atau ketidak-setujuan, mempertanyakan ada atau tidak adanya penyelesaian alternatif, dan melakukan refleksi.
- e. Fenomena riil bentuk-bentuk dan konsep matematika dimanifestasikan dalam keterkaitan (*interwining*) berbagai sub pokok bahasan.

Lebih lanjut De Lange dalam Sutarto Hadi (2005:37) menyatakan pembelajaran matematika dengan pendekatan *Realistic Mathematic Education* meliputi:

- a. Memulai pelajaran dengan mengajukan masalah (soal) yang “riil” bagi siswa sesuai dengan pengalaman dan tingkat pengetahuannya, sehingga siswa segera terlibat dalam pelajaran secara bermakna.
- b. Permasalahan yang diberikan tentu harus diarahkan sesuai dengan tujuan yang ingin dicapai dalam pelajaran tersebut.
- c. Siswa mengembangkan atau menciptakan model-model simbolik secara informal terhadap persoalan/masalah yang diajukan.
- d. Pengajaran berlangsung secara interaktif: siswa menjelaskan dan memberikan alasan terhadap jawaban yang diberikannya, memahami jawaban temannya, menyatakan ketidaksetujuan, mencari alternatif penyelesaian yang lain, dan melakukan refleksi terhadap setiap langkah yang ditempuh atau terhadap hasil pelajaran.

Selanjutnya Sutarto Hadi (2005: 4) menyatakan “Pembelajaran matematika yang kontekstual atau realistik meliputi pendahuluan, pengembangan, dan penutup/penerapan.”

Berdasarkan beberapa pendapat di atas disimpulkan bahwa Pendekatan Matematika Realistik merupakan suatu pendekatan dalam pembelajaran matematika yang menekankan dua hal penting yaitu matematika harus dikaitkan dengan situasi nyata yang dekat dengan kehidupan sehari-hari siswa dan siswa diberikan kebebasan untuk menemukan konsep matematika sesuai dengan cara dan pemikirannya.

## 2. Ciri-Ciri Pendekatan Realistic Mathematics Education

Adapun Ciri-ciri pendekatan *Realistic Mathematics Education* menurut Yuwono (2001) antara lain:

- a. Matematika dipandang sebagai kegiatan manusia sehari-hari, sehingga dapat memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari.
- b. Belajar dengan matematika berarti bekerja dengan matematika.



- c. Siswa diberi kesempatan untuk menemukan konsep-konsep matematika di bawah bimbingan guru.
- d. Proses belajar mengajar berlangsung secara interaktif dan siswa menjadi fokus dari semua aktifitas dikelas.
- e. Pemberian perhatian yang besar pada “*reinvention*” yakni siswa diharapkan dapat membangun konsep dan struktur matematika bermula dari intuisi mereka masing-masing.
- f. Pengenalan konsep dan abstraksi melalui hal-hal yang konkrit atau dari sekitar siswa.
- g. Selama proses pembelajaran matematika siswa mengkonstruksikan gagasannya sendiri.
- h. Hasil pemikiran siswa didiskusikan dengan hasil pemikiran siswa yang lainnya.
- i. Aktifitas yang dilakukan meliputi: menemukan masalah-masalah kontekstual (*looking for problems*), memecahkan masalah (*solving problems*) dan mengorganisir bahan belajar.

### **3. Tujuan Pembelajaran Dengan Menggunakan Pendekatan *Realistic Mathematics Education***

Tujuan pembelajaran dengan menggunakan pendekatan *Realistic Mathematics Education* sebagai berikut:

- a. Menjadikan matematika lebih menarik, relevan dan bermakna.
- b. Mempertimbangkan tingkat kemampuan siswa.
- c. Menekankan belajar matematika “*learning by doing*”.

- d. Memfasilitasi penyelesaian masalah matematika tanpa menggunakan penyelesaian yang baku.
- e. Menggunakan konteks sebagai titik awal pembelajaran matematika.

#### 4. Prinsip-Prinsip Pendekatan *Realistic Mathematics Education*

Terdapat enam prinsip utama dalam pendekatan *Realistic Mathematics Education* menurut Erman (2002: 6), yaitu sebagai berikut:

- a. Prinsip aktivitas; cara terbaik mempelajari matematika melalui *doing* yaitu dengan mengerjakannya atau melakukannya.
- b. Prinsip realitas; matematika tumbuh dari realitas oleh karena itu belajar matematika jangan lepas dari realitas.
- c. Prinsip tahap pemahaman; refleksi aktivitas; solusi internal tentang konteks; matematika formal.
- d. Prinsip *twinment*; memandang matematika sebagai bahan ajar yang kaya konteks penerapannya.
- e. Prinsip interaksi; pembelajaran matematika sebagai suatu aktivitas sosial, sehingga ada kesempatan tukar pengalaman diantara siswa.
- f. Prinsip bimbingan; dalam pembelajaran matematika perlu adanya proses bimbingan agar siswa menemukan kembali.

#### 5. Karakteristik Pendekatan *Realistic Mathematics Education*

Menurut Seodjadi (2001), pendekatan *Realistic Mathematic Education* terdiri dari 5 karakteristik yaitu sebagai berikut:

- a. Menggunakan masalah kontekstual; berfungsi sebagai aplikasi dan titik tolak dari mana masalah matematika dapat muncul.

- b. Menggunakan model atau jembatan; perhatian diarahkan kepada pengembangan model, skema dan simbolik dari pada hanya mentransferkan rumus.
- c. Menggunakan kontribusi siswa; pada proses belajar mengajar diharapkan kontribusi siswa sendiri yang mengarahkan dirinya dari metode informal ke arah yang lebih formal.
- d. Interaktivitas; siswa diminta untuk membuat pertanyaan kemudian siswa yang lain menanggapi. Dalam hal ini, guru bertindak sebagai fasilitator.
- e. Terintegrasi dengan topik pembelajaran lainnya; materi garis singgung lingkaran tidak hanya terdapat pada pembelajaran matematika saja, tetapi terdapat pada pembelajaran lain juga.

#### **6. Langkah-Langkah Pendekatan *Realistic Mathematics Education***

Adapun langkah-langkah pelaksanaan Pendekatan *Realistic Mathematics Education* menurut Wahyud (2007) adalah sebagai berikut:

- a. Memahami masalah atau soal konteks, guru memberikan masalah atau persoalan kontekstual dan meminta peserta didik untuk memahami masalah tersebut.
- b. Menjelaskan masalah kontekstual, langkah ini dilakukan apabila ada siswa yang belum paham dengan masalah yang diberikan.
- c. Menyelesaikan masalah secara kelompok atau individu.

- d. Membandingkan dan mendiskusikan jawaban. Guru memfasilitasi diskusi dan menyediakan waktu untuk membandingkan dan mendiskusikan jawaban dari soal secara kelompok.
- e. Menyimpulkan hasil diskusi.

## 7. Kelebihan Dan Kelemahan Pendekatan *Realistic Mathematics Education*

Menurut Mustaqimah (2001) terdapat kelebihan dan kelemahan pendekatan *Realistic Mathematics Education* dalam proses pembelajaran matematika, antara lain:

- a. Beberapa kelebihan dari pendekatan *Realistic Mathematics Education*:
  - 1) Pelajaran menjadi cukup menyenangkan bagi siswa dan suasana tegang tidak nampak.
  - 2) Materi dapat dipahami oleh sebagian besar siswa.
  - 3) Alat peraga adalah benda yang berada di sekitar, sehingga mudah didapatkan.
  - 4) Guru ditantang untuk mempelajari bahan.
  - 5) Guru menjadi lebih kreatif membuat alat peraga.
  - 6) Siswa mempunyai kecerdasan cukup tinggi tampak semakin pandai.
- b. Beberapa kelemahan dari pendekatan *Realistic Mathematics Education* antara lain:
  - 1) Sulit diterapkan dalam suatu kelas yang besar (40- 45 orang).
  - 2) Dibutuhkan waktu yang lama untuk memahami materi pelajaran.



- 3) Siswa yang mempunyai kecerdasan sedang memerlukan waktu yang lebih lama untuk mampu memahami materi pelajaran.
- 4) Membutuhkan alat peraga yang sesuai dengan situasi pembelajaran saat itu.
- 5) Belum ada pedoman penilaian, sehingga guru merasa kesulitan dalam evaluasi atau memberi nilai.

#### **D. TEORI PENDUKUNG PENDEKATAN *REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION***

##### **1. Teori *Piaget***

Teori *Piaget* berpendapat bahwa perkembangan intelektual manusia dikendalikan oleh dua fungsi biologis utama yaitu *organization* dan *adaption* (Ibrahim, 2000). *Organization* adalah konsep *Piaget* yang berarti usaha mengelompokkan perilaku yang terpisah-pisah ke dalam urutan yang teratur, ke dalam sistem fungsi kognitif. *Adaption* merupakan sebuah fungsi untuk menyesuaikan individu terhadap lingkungan dimana individu itu tinggal dan di dalamnya meliputi dua proses yang tak terpisahkan yaitu asimilasi dan akomodasi. Asimilasi adalah sebuah proses yang menggabungkan pengetahuan yang baru ke dalam skema yang dimiliki individu yang sudah ada.

Perkembangan intelektual yang dikemukakan teori *Piaget* diatas, dapat diartikan bahwa siswa memiliki potensi untuk mengembangkan intelektual dan rasa ingin tahu serta memahami dunia sekitarnya. Penyajian masalah kontekstual dalam pendekatan *Realistic Mathematic*

*Education* selaras dengan teori yang dikemukakan *Piaget*. Menurut *Piaget*, pendidikan yang baik adalah pendidikan yang melibatkan siswa bereksperimen secara mandiri, dalam arti: mencoba segala sesuatu untuk melihat apa yang terjadi, mengajukan pertanyaan, menemukan jawaban sendiri, mencocokkan apa yang telah ia temukan pada siswa yang lain, serta membandingkan temuannya dengan temuan orang lain.

## 2. Teori *Vygotsky*

Teori *vygotsky* menurut Ibrahim (2000) mengemukakan bahwa proses pembentukan dan pengembangan pengetahuan anak tidak terlepas dari faktor interaksi sosialnya melalui interaksi dengan teman dan lingkungannya, seorang anak terbantu perkembangan intelektual. Pandangan *vygotsky* tentang arti penting interaksi sosial dalam perkembangan intelektual siswa tampak dari empat kunci yang membangun teorinya, yaitu:

- a. Penekanan pada hakikat social.
- b. Wilayah perkembangan terdekat (*zone of proximal development*).
- c. Pemagangan kognitif (*cognitive apprenticeship*).
- d. Pemberian bantuan (*scaffolding*).

Karakteristik dalam pembelajaran *Realistic Mathematics Education* adalah penemuan konsep dan pemecahan masalah sebagai hasil gagasan para siswa. Kontribusi gagasan tersebut dapat diwujudkan melalui proses pembelajaran yang di dalamnya terdapat interaksi antara siswa dengan siswa, antara siswa dengan guru atau antara siswa dengan lingkungannya.

Dengan demikian, selain ada aktivitas mental yang bersifat personal, dalam pembelajaran menggunakan pendekatan *Mathematic Education* guru perlu mendorong munculnya interaksi sosial antar anggota kelas dalam proses membangun pengetahuan.

Melalui interaksi sosial tersebut siswa yang lebih mampu berkesempatan menyampaikan pemahaman yang dimilikinya pada siswa lain yang lebih lemah. Hal ini memungkinkan bagi siswa yang lebih lemah tersebut memperoleh peningkatan dari perkembangan aktual ke perkembangan potensial atas bantuan siswa yang lebih mampu. Sedangkan di sisi lain guru mempunyai peran dalam membantu siswa yang kesulitan dengan memberi arah, petunjuk, peringatan, dan dorongan.

Proses pendekatan *Realistic Mathematic Education* sejalan dengan teori *vygotsky* yang memberikan tekanan pada pentingnya interaksi sosial dalam perkembangan intelektual anak. Dalam hal ini, interaksi sosial antar anggota kelas dapat diwujudkan melalui tahap mendiskusikan dan menegosiasikan penyelesaian masalah di tingkat kelompok maupun tingkat kelas. Dalam diskusi kelompok maupun kelas tersebut guru perlu mendorong semangat saling berbagi dan menghargai pandangan pihak lain. Sedangkan interaksi yang dapat dibangun oleh guru dengan para siswa adalah dengan memberikan bantuan seperlunya tanpa harus membatasi keleluasaan siswa mengekspresikan ide-idenya.

### 3. Teori Ausubel

Menurut *Ausubel* (Ibrahim, 2000), “belajar dikatakan bermakna jika informasi yang akan dipelajari siswa disusun sesuai dengan struktur kognitifnya sehingga siswa tersebut mengkaitkan informasi barunya dengan struktur kognitif yang dimilikinya”. Karakteristik pembelajaran *Realistic Mathematics Education* adalah penggunaan konteks. Penggunaan konteks dalam pembelajaran *Realistic Mathematics Education* berarti bahwa lingkungan keseharian atau pengetahuan yang telah dimiliki siswa dapat dijadikan sebagai bagian materi belajar bagi siswa. Apa yang terjadi di sekitar siswa maupun pengetahuan yang dimiliki siswa merupakan bahan yang berharga untuk dijadikan sebagai permasalahan kontekstual yang menjadi titik tolak aktivitas berpikir siswa. Permasalahan yang demikian lebih bermakna bagi siswa karena masih dalam jangkauan pengetahuan yang dimiliki siswa sebelumnya. Oleh sebab itu, untuk memecahkan masalah kontekstual seorang siswa harus dapat mengaitkan pengetahuan yang dimilikinya dengan permasalahan tersebut.

Seorang siswa akan berhasil memecahkan masalah kontekstual jika ia mempunyai cukup pengetahuan yang terkait dengan masalah tersebut. Selain itu siswa juga harus dapat menerapkan pengetahuan yang dimilikinya untuk menyelesaikan masalah kontekstual tersebut. Dengan demikian penyajian masalah kontekstual untuk siswa dalam pembelajaran *Realistic Mathematics Education* sejalan dengan teori belajar bermakna *Ausubel*.



#### 4. Teori Bruner

*Jerome Bruner* mengemukakan bahwa belajar akan efektif jika menggunakan struktur konsep sehingga tampak keterkaitan antara konsep yang satu dengan konsep yang lainnya. *Bruner* mengemukakan bahwa belajar yang baik adalah dengan cara memanipulasi benda-peraga dari alam kehidupan sekitar siswa (*local material*), dengan cara ini pemaknaan terhadap materi bahan belajar menjadi kuat tertanam dalam kognitif siswa. Pemanipulasian benda konkret tersebut hendaknya dilakukan dengan proses komunikasi secara bertahap, yaitu *enactive* dengan cara memanipulasi benda konkret secara nyata, *iconic* dengan cara memanipulasi benda semi konkret-model-gambar, dan *symbolic* dengan memanipulasi simbol abstrak. Tahap pembelajaran yang dikemukakan *bruner* tersebut mengandung karakteristik dari pendekatan *Realistic Mathematics Education* serta melalui tahap tersebut dapat memudahkan pemikiran siswa untuk menemukan konsep matematika yang sesuai dengan tujuan pembelajaran.

#### E. PENELITIAN YANG RELEVAN

Terdapat beberapa penelitian yang dilakukan oleh peneliti-peneliti sebelumnya yang relevan dengan penelitian ini. Penelitian-penelitian tersebut berkaitan dengan pendekatan *Realistic Mathematics Education*. Penelitian yang berkaitan dengan pendekatan *Realistic Mathematics Education* dilakukan oleh Desty Septianawati (2013). Dalam tesisnya, Ia menerapkan pendekatan matematika realistik (PMR) dan pendekatan *quantum learning*

(*QL*) ditinjau dari tipe kepribadian siswa. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa pembelajaran matematika menggunakan pembelajaran pendekatan matematika realistik (PMR) lebih efektif dibandingkan pembelajaran matematika menggunakan pembelajaran konvensional.

Perbedaan penelitian ini dengan penelitian yang dilakukan terletak pada tujuan penelitian, pada penelitian tersebut untuk meningkatkan prestasi belajar matematika siswa. Sedangkan penelitian yang dilakukan peneliti adalah untuk meningkatkan kemampuan komunikasi matematis siswa.

#### **F. KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIS**

Kata komunikasi berasal dari kata *communication* yang dalam kamus Inggris-Indonesia (John dan Shadily, 2005) berarti hubungan. Komunikasi secara umum dapat diartikan sebagai suatu cara untuk menyampaikan suatu pesan dari pembawa pesan ke penerima pesan untuk memberitahu, pendapat, atau perilaku baik langsung secara lisan, maupun tak langsung melalui media (Herdian, 2010). Di dalam berkomunikasi tersebut harus dipikirkan bagaimana caranya agar pesan yang disampaikan seseorang itu dapat dipahami oleh orang lain. Untuk mengembangkan kemampuan berkomunikasi, orang dapat menyampaikan dengan berbagai bahasa termasuk matematis.

Dalam *The National Council of Teacher of Mathematics* (NCTM) (2000: 60), dijelaskan bahwa komunikasi adalah suatu bagian esensial dari matematika dan pendidikan matematika. Pendapat ini mengisyaratkan pentingnya komunikasi dalam pembelajaran matematika. Melalui

komunikasi, siswa dapat menyampaikan ide-idenya kepada guru dan kepada siswa lainnya. Komunikasi ini merupakan salah satu dari lima standar proses matematis yang ditekankan dalam NCTM (2000: 29), bahwa lima standar proses, yaitu pemecahan masalah (*problem solving*), penalaran dan bukti (*reasoning and proof*), komunikasi (*communication*), koneksi (*connections*), dan representasi (*representation*).

Terkait dengan komunikasi matematis NCTM (2000: 60) menuliskan standar komunikasi program pengajaran dari Pra-TK sampai kelas XII harus memungkinkan semua siswa untuk: (1) mengatur dan menggabungkan pemikiran matematis mereka melalui komunikasi, (2) mengkomunikasikan pemikiran matematika secara koheren dan jelas kepada teman, guru dan orang lain, (3) menganalisa dan menilai pemikiran dan strategi matematis orang lain, (4) menggunakan bahasa matematika untuk menyatakan ide matematika dengan tepat.

Sebagaimana Greenes dan Schulman (Ansari, 2009: 10) juga menyatakan bahwa kemampuan komunikasi matematis dapat terjadi ketika siswa (1) menyatakan ide matematika melalui ucapan, tulisan, demonstrasi, dan melukiskannya secara visual dalam tipe yang berbeda; (2) memahami, menafsirkan, dan menilai ide yang disajikan dalam tulisan, lisan, atau dalam bentuk visual; (3) mengkonstruksi, menafsirkan dan menghubungkan bermacam-macam representasi ide dan hubungannya.

Menurut Sumarmo (Heris dan Utari, 2014: 30), komunikasi matematis merupakan kemampuan yang dapat menyertakan dan membuat berbagai kesempatan untuk berkomunikasi dalam bentuk:

1. Merefleksikan benda-benda nyata, gambar, dan diagram kedalam ide matematika;
2. Membuat model situasi atau persoalan menggunakan metode lisan, tertulis, konkret, grafik, dan aljabar;
3. Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa dan symbol matematika;
4. Mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika;
5. Membaca dengan pemahaman suatu presentasi matematis tertulis;
6. Membuat konjektur, menyusun argument, merumuskan definisi, dan generalisasi; dan
7. Menjelaskan dan membuat pernyataan tentang matematika yang telah dipelajari.

Adapun indikator untuk mengukur kemampuan komunikasi matematis menurut Suherman (2008: 10) adalah:

1. Menyatakan situasi-gambar-diagram kedalam bahasa, simbol, ide, model matematika;
2. Menjelaskan ide, situasi, dan relasi matematik secara lisan maupun tulisan;
3. Mendengarkan, berdiskusi, presentasi, dan menulis matematika;
4. Membaca representasi matematis;
5. Mengungkapkan kembali suatu uraian matematis dengan bahasa sendiri.

Penjelasan diatas memperlihatkan adanya lima aspek komunikasi, yaitu representasi (representation), mendengar (listening), membaca (reading), diskusi (discussion), dan menulis (writing). Kelima aspek ini dapat dikembangkan menjadi tahap-tahap berlangsungnya proses komunikasi dalam pembelajaran matematika.

Menurut Utari dalam Istiqomah (2007: 31), indikator yang menunjukkan kemampuan komunikasi matematis adalah:

- a. Memhubungkan benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam ide matematis;



- b. Menjelaskan ide, situasi dan relasi matematik, secara lisan atau tulisan dengan benda nyata, gambar, grafik dan aljabar;
- c. Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa atau symbol matematik.;
- d. Mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika;
- e. membaca dengan pemahaman suatu presentasi matematika tertulis.

Komunikasi matematis bisa mendukung belajar siswa atas konsep-konsep matematis yang baru saat mereka berperan dalam satu situasi, mengambil, menggunakan objek-objek, memberikan laporan dan penjelasan-penjelasan lisan, menggunakan diagram, menulis, serta menggunakan simbol-simbol matematis.

Kemampuan komunikasi matematis dapat dilakukan dengan merancang bentuk permasalahan matematika, dimana untuk menjawabnya dibutuhkan penjelasan-penjelasan dan penalaran-penalaran dan tidak sekedar jawaban akhir dari prosedur yang baku, ini artinya bentuk soal yang diberikan kepada siswa hendaknya dalam bentuk masalah kontekstual berbentuk uraian kedalam model matematik (gambar, grafik, diagram, table, dan persamaan) atau sebaliknya serta pemahaman tentang konsep dan proses matematika yang mereka pelajari.

Pada penelitian ini, kemampun komunikasi matematis yang dimaksud adalah siswa dapat menjelaskan ide matematika dengan tulisan, menghubungkan gambar kedalam ide matematika dan menjelaskan ide matematika dengan gambar. Kemampuan komunikasi matematis siswa dalam penelitian ini diukur dalam bentuk skor yang dijaring menggunakan tes kemampuan komunikasi matematis siswa.

## **G. MATERI GARIS SINGGUNG LINGKARAN.**

Sebelum memasuki materi garis singgung lingkaran, ada baiknya siswa mengingat kembali materi tentang lingkaran. Lingkaran adalah tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama terhadap satu titik tertentu pada bidang datar. Titik tertentu itu disebut pusat lingkaran dan jaraknya disebut jari-jari lingkaran.

sedangkan garis singgung lingkaran adalah garis yang apabila diperpanjang akan memotong lingkaran hanya pada satu titik. Titik potong garis singgung lingkaran dengan lingkaran disebut titik singgung. Garis singgung lingkaran selalu tegak lurus dengan jari-jari atau diameter yang melalui titik singgung.

### **7.1 Mengetahui Sifat-Sifat Garis Singgung Lingkaran**

Sifat-sifat garis singgung lingkaran antara lain sebagai berikut:

- a. Garis singgung lingkaran memotong lingkaran hanya pada satu titik.
- b. Garis singgung lingkaran tegak lurus dengan jari-jari lingkaran pada titik singgung.
- c. Garis yang tegak lurus dengan garis singgung pada titik singgung pasti melalui titik pusat lingkaran.
- d. Garis yang tegak lurus dengan diameter dan melalui titik ujungnya adalah garis singgung.

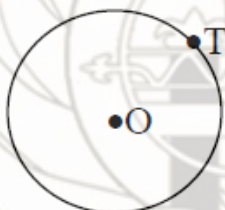
## 7.2 Melukis Garis Singgung Lingkaran

- a. Melukis garis singgung lingkaran melalui satu titik pada lingkaran

Sebelumnya telah dijelaskan bahwa garis singgung lingkaran selalu tegak lurus terhadap jari-jari (diameter) yang melalui titik singgungnya. Oleh karena itu, melukis garis singgung lingkaran di titik singgung  $T$  sama saja dengan melukis garis yang tegak lurus terhadap jari-jari  $OT$ .

Perhatikan langkah-langkah melukis garis singgung lingkaran melalui satu titik pada lingkaran berikut ini:

1. Gambarlah lingkaran dengan pusat  $O$  dan titik  $T$  pada lingkaran



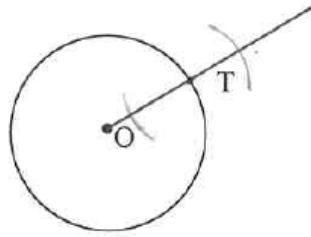
**Gambar 2.1**

2. Gambarlah jari-jari  $\overline{OT}$  dan perpanjangan  $\overline{OT}$



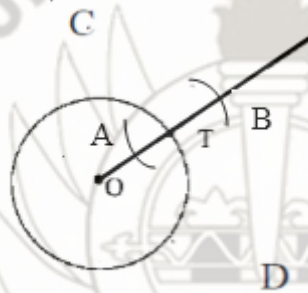
**Gambar 2.2**

3. Lukis busur-busur lingkaran yang berpusat di  $T$  sehingga memotong  $\overline{OT}$  di  $A$  dan perpanjangan  $\overline{OT}$  di  $B$ .



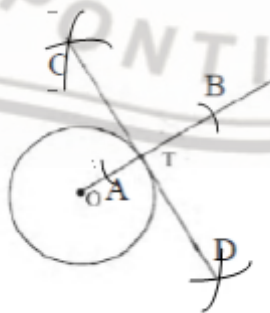
**Gambar 2.3**

4. Lukis busur-busur lingkaran dengan pusat A dan B yang berjari-jari sama panjang sehingga kedua busur tersebut berpotongan di C dan D.



**Gambar 2.4**

5. Buatlah garis melalui C dan D. Garis melalui C dan D merupakan garis singgung pada lingkaran yang melalui T.



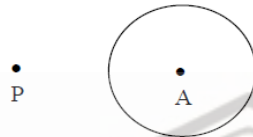
**Gambar 2.5**

- b. Melukis garis singgung yang melalui titik di luar lingkaran.



Perhatikan langkah-langkah melukis garis singgung yang melalui titik di luar lingkaran berikut ini:

1. Gambarlah lingkaran dengan pusat A dan titik P di luar lingkaran.



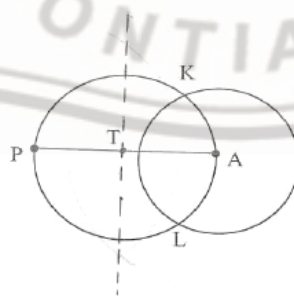
**Gambar 2.6**

2. Gambarlah  $\overline{AP}$  dan buat garis sumbu  $\overline{AP}$ . Garis sumbu ini memotong  $\overline{AP}$  di titik T.



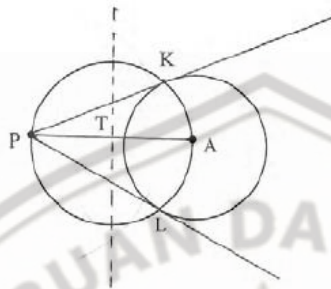
**Gambar 2.7**

3. Buatlah lingkaran yang berpusat di T dengan jari-jari  $\overline{AT}$ . Lingkaran tersebut memotong lingkaran pusat A di K dan L.



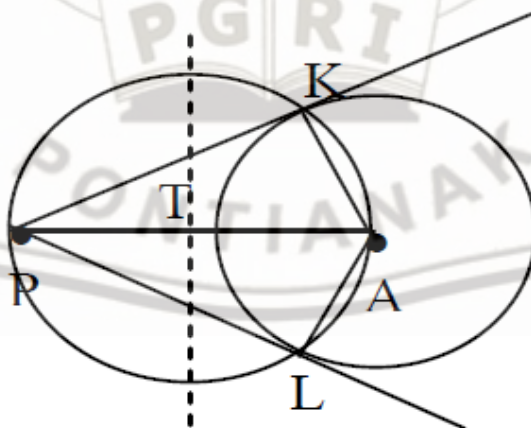
**Gamabr 2.8**

4. Gambarlah garis melalui P dan K dan garis melalui P dan L.  $\overline{PK}$  dan  $\overline{PL}$  merupakan garis singgung lingkaran dengan pusat A yang dapat dilukis dari titik P di luar lingkaran.



**Gamabr 2.9**

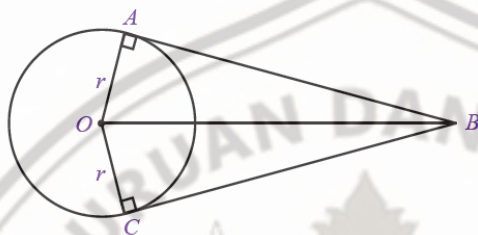
5. Buatlah  $\overline{AK}$  dan  $\overline{AL}$ . Perhatikan  $\triangle AKP$ ,  $\angle AKP$  menghadap diameter lingkaran pusat T. Jadi besar  $\angle AKP = 90^\circ$ . Dengan demikian garis singgung  $\overline{PK} \perp \overline{AK}$  dan  $\overline{PL} \perp \overline{AL}$ .  $\overline{PKAK}$  disebut layang-layang garis singgung.



**Gambar 2.10**

### 7.3 Menghitung Panjang Garis Singgung Lingkaran

Panjang garis singgung lingkaran (PGSL) yang ditarik dari titik di luar lingkaran dapat dihitung, apabila diketahui panjang jari-jari lingkaran, dan jarak titik pusat lingkaran dengan titik di luar lingkaran tersebut.



**Gambar 2.11**

Garis  $AB$  dan  $BC$  adalah garis singgung lingkaran yang berpusat di titik  $O$ . Panjang  $OA =$  panjang  $OC = r =$  jari-jari lingkaran. Oleh karena garis singgung selalu tegak lurus terhadap jari-jari lingkaran maka panjang garis singgung  $AB$  dan  $BC$  dapat dihitung dengan menggunakan teorema Pythagoras.

Perhatikan  $\Delta OAB$ . Pada  $\Delta OAB$  berlaku teorema Pythagoras, yaitu:

$$OA^2 + AB^2 = OB^2$$

$$AB^2 = OB^2 - OA^2$$

$$AB = \sqrt{OB^2 - OA^2}$$

$$AB = \sqrt{OB^2 - r^2}$$

Pada  $\Delta OCB$  juga berlaku teorema Pythagoras, yaitu:

$$OC^2 + BC^2 = OB^2$$

$$BC^2 = OB^2 - OC^2$$

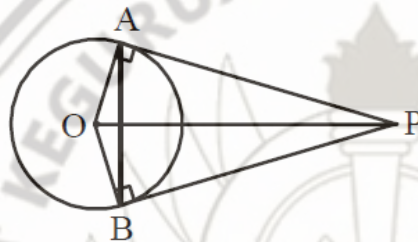
$$BC = \sqrt{OB^2 - OC^2}$$

$$BC = \sqrt{OB^2 - r^2}$$

Ternyata,  $AB = BC = \sqrt{OB^2 - r^2}$ . Uraian tersebut menggambarkan definisi berikut: Kedua garis singgung lingkaran yang ditarik dari sebuah titik di luar lingkaran mempunyai panjang yang sama.

Contoh:

Perhatikan gambar dibawah ini:



**Gambar 2.12**

Dari titik P di luar lingkaran yang berpusat di titik O dibuat garis singgung PA dan PB. Jika panjang  $OA = 9$  cm dan  $OP = 15$  cm, hitunglah:

- Panjang AP
- Luas  $\triangle OAP$
- Luas layang-layang OAPB
- Panjang tali busur AB

Jawab:

- Panjang AP

Perhatikan  $\triangle OAP$

$\triangle OAP$  siku-siku di titik A, sehingga:



$$\begin{aligned}
 AP^2 &= OP^2 - OA^2 \\
 &= 15^2 - 9^2 \\
 &= 225 - 81 \\
 &= 144
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AP &= \sqrt{144} \\
 &= 12 \text{ cm.}
 \end{aligned}$$

Jadi, panjang AP = 12 cm.

b. Luas  $\Delta OAP$

$$\begin{aligned}
 \text{Luas } \Delta OAP &= \frac{1}{2} \times OA \times AP \\
 &= \frac{1}{2} \times 9 \times 12 \\
 &= 54 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

Jadi, luas  $\Delta OAP = 54 \text{ cm}^2$ .

c. Luas layang-layang OAPB

$$\begin{aligned}
 \text{Luas layang-layang OAPB} &= 2 \times \text{luas } \Delta OAP \\
 &= 2 \times 54 \\
 &= 108 \text{ cm}^2.
 \end{aligned}$$

Jadi luas layang-layang OAPB = 108 cm<sup>2</sup>.

d. Panjang tali busur AB

$$\begin{aligned}
 \text{Luas layang-layang OAPB} &= \frac{1}{2} \times OP \times AB \\
 108 &= \frac{1}{2} \times 15 \times AB \\
 AB &= \frac{108 \times 2}{15} \\
 &= 14,4 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Jadi, panjang tali busur AB = 14,4 cm.